Proceedings of IAM, V.5, N.1, 2016, pp.123-132

АЛГОРИТМ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ОБРАЗОВАНИЯ ГАЗОЖИДКОСТНОЙ СМЕСИ НА БАШМАКЕ ГАЗЛИФТНОЙ СКВАЖИНЫ

Фикрет А. Алиев[1,2], Н.А. Исмаилов[1,2], А.А. Намазов[1], М.Ф. Раджабов[3]

[1]Институт Прикладной Математики, Бакинский Государственный Университет, Баку, Азербайджан
[2]Институт Информационных Технологий, Баку, Азербайджан
[3]Институт СистемУправления, Баку, Азербайджан
e-mail: inao212@rambler.ru, atif.namazov@gmail.com

Резюме. Показывается, что во время работы газлифта при добыче нефти основное место занимает моделирование образование газожидкостной смеси (ГЖС) в башмаке скважины (в призабойной зоне). Приводятся конкретные постоянные параметры образования ГЖС, которые в газлифтном процессе могут и с минимальной подачей объема газа обеспечить максимальный дебит при добыче нефти. В однофазном случае, когда движение в подъемнике описывается нелинейным дифференциальным уравнением по объему газа или ГЖС (после усреднений систем гиперболических уравнений с частными производными по времени) на основе статистических данных по входу и выходу предлагается алгоритм идентификации для нахождения параметров образования ГЖС. На численном примере показывается, что такой выбор обеспечивает удовлетворение данных, хорошо известных из инженерной практики, полученных на основе статистических опытов для достижения максимального дебита при минимальной подаче газа.

Ключевые слова: газлифт, газожидкостный смесь, системы гиперболических уравнений, идентификация, усреднение, нелинейных алгебраических уравнений.

AMS Subject Classification:49J15, 49J35.

1. Введение

Как известно [14,18,19], после фонтанного процесса для добычи нефти одним из испытанных способов является газлифт. Несмотря на использование этого способа более полутора века, до настоящего времени в доступной научной литературе отсутствует какая-либо четкая математическая модель, которая описывала бы газлифтный процесс [7]. По нашему мнению, причиной этого является сложность решения нижеперечисленных математических задач:

- описание движения газа в кольцевом затрубном пространстве и ГЖС в подъемнике (в вертикальной трубе);
- моделирование образования ГЖС в разработке математических методов (алгоритмов) для определения коэффициента гидравлического сопротивления в вертикальных трубах газлифтной скважины;

-постановка и решение задачи определения оптимальных траекторий и управления объема закачиваемого газа, ГЖС и соответствующих давлений;

-построение решения задачи оптимальной стабилизации на основе вышесказанных;

-разработка алгоритмов и составление программных пакетов.

Отметим, что кроме пункта 2 (образование ГЖС) детали задачи были подробно рассмотрены в случаях, описываемых уравнением движения, усредненного по времени t [13,14] и по глубине скважины x [12]. Однако в общем случае вышеперечисленные задачи (в формате 3D)не решены, приведены только описание движения [9,16] и попытки привести решение [1]. Дискретизируя уравнения 3D системы, получена адекватная модель Россера [10], которая может помочь построить решение вышеперечисленных задач.

В настоящей работе, когда общее уравнение движения усреднено по времени, приводятся задачи моделирования образования ГЖС (приток закачиваемого газа в скважине) в башмаке (в призабойной зоне) газлифтной скважины. На основе статистических данных (по входу и выходу) скважины, приводится алгоритм идентификации для определения параметров образования ГЖС на башмаке скважины. На конкретном примере приводится решение реальной задачи, которая хорошо совпадает с известными результатами, полученными из инженерной практики [14,18,19].

2. Постановка задачи

Для простоты рассмотрим случай, когда однофазное движение системы гиперболических уравнений усреднены по времени [13], т.е., движение в кольцевом пространстве (в интервале $(0, l-0)$) и в подъемнике (в интервале $(l+0, 2l)$) описывается следующим нелинейным обыкновенным дифференциальным уравнением

$$Q'(x) = \frac{2a_i \rho_i F_i Q^2}{c_i^2 \rho_i^2 F_i^2 - Q^2}, \ (i=1,2)^* \ , \tag{1}$$

здесь каждый из параметров a_i, F_i, c_i, ρ_i имеет конкретное практическое назначение и определяется, как в [13], Q -массовый расход закачиваемого газа в кольцевом пространстве и ГЖС в подъемнике, соответственно.

**Здесь $i=1$ соответствует движению газа в кольцевом пространстве, а $i=2$ движению ГЖС в подъемнике.*

Предполагается, что переход от конца кольцевого пространства (имеется ввиду $l-0$) к началу подъемника (в $l+0$) осуществляется с помощью следующего импульсного уравнения [8,17]

$$Q_{l+0}^{i} = F_{\delta} Q_{l-0}^{i} + \left[-\delta_3 (Q_{l-0}^{i} - \delta_2)^2 + \delta_1\right] \cdot \overline{Q}\,, \qquad (2)$$

где выбор постоянных параметров F_{δ}, δ_1, δ_2, δ_3 подлежит определению на основе серий статистических данных по входу и выходу. Возникает вопрос, почему (2) должен подчиняться квадратичному закону? На самом деле из инженерной практики известно [2,14,18,19], что характер подачи газа и соответствующий этому дебит носят параболический характер . Такой выбор образования ГЖС в башмаке скважины (2) в математической модели может также подчинить дебит параболическому закону.

3. Определение параметров F_{δ}, δ_1, δ_2, δ_3.

Вначале, как в [3,4,11] построим линейно-квадратичные ошибки на дне скважины решений уравнения (1) на основе статистических Q_0^{ist} и Q_{2l}^{ist}, $(\mathrm{i}=1{,}2{,}3{,}\ldots.\mathrm{N})$, являющихся начальными и конечными данными в газлифте, в следующем виде

$$\sum_{i=1}^{N}\left[Q_{l+0}^{i}\left(Q_0^{i}, F_{\delta}, \delta_1, \delta_2, \delta_3\right) - Q_{l+0}^{i}\left(Q_{2l}^{i}, F_{\delta}, \delta_1, \delta_2, \delta_3\right)\right]^2 , \qquad (3)$$

которые при выборе F_{δ}, δ_1, δ_2, δ_3. получают минимальное значение.

Здесь $Q_{l+0}^{i}\left(Q_0^{i}, F_{\delta}, \delta_1, \delta_2, \delta_3\right)$ является решением задачи (1), (2) в интервале $(0, l-0)$ с начальными значениями $Q_0^{i\,st}$, а $Q_{l+0}^{i}\left(Q_{2l}^{i}, F_{\delta}, \delta_1, \delta_2, \delta_3\right)$ является решением уравнения (1) в интервале $(l+0, 2l,)$ с граничным значением $Q_{2l}^{i\ \ st}$.

Для того, чтобы найти первую вариацию функционала (3) по параметрам F_{δ}, δ_1, δ_2, δ_3 неявный вид функционала (3) приведем к явному виду около решения (1). Поэтому построим аналитическое решение уравнения (1) в следующем виде :

$$Q^{(k_i)}(x) = -a\rho Fx + \frac{Q_1}{2} + \frac{c^2\rho^2F^2}{2Q_1} + (-1)^k \sqrt{\left(a\rho Fx - \frac{Q_1}{2} - \frac{c^2\rho^2F^2}{2Q_1}\right)^2 - c^2\rho^2F^2} \quad k=1{,}2\,, \qquad (4)$$

где $Q\big|_{x=0} = Q_1$ является начальным условием уравнения (1). На интервале $(0, l-0)$и $(l+0, 2l)$ уравнение (1) имеет единственное решение [6]. Поэтому один из решений (4) является «фиктивным» решением. Для его определения определяем (4) в точке $x=0$

$$Q^{(k)}(0)=\left(\frac{c^2\rho^2F^2}{2Q_1}+\frac{Q_1}{2}\right)+(-1)^k\sqrt{\left(\frac{c^2\rho^2F^2}{2Q_1}+\frac{Q_1}{2}\right)^2-c^2\rho^2F^2}=$$

$$=\left(\frac{c^2\rho^2F^2}{2Q_1}+\frac{Q_1}{2}\right)+(-1)^k\sqrt{\left(\frac{c^2\rho^2F^2}{2Q_1}\right)^2-\frac{c^2\rho^2F^2}{2}+\frac{Q_1^2}{4}}= \tag{5}$$

$$=\left(\frac{c^2\rho^2F^2}{2Q_1}+\frac{Q_1}{2}\right)+(-1)^k\left(\frac{c^2\rho^2F^2}{2Q_1}-\frac{Q_1}{2}\right).$$

Из (5) видно, что только знак при $k=1$ удовлетворяет начальному значению Q_1. Поэтому решение уравнения (1) из (4) будет

$$Q^{(1)}(x)\equiv Q(x)=\left(-a\rho Fx+\frac{Q_1}{2}+\frac{c^2\rho^2F^2}{2Q_1}\right)-\sqrt{\left(a\rho Fx-\frac{Q_1}{2}-\frac{c^2\rho^2F^2}{2Q_1}\right)^2-c^2\rho^2F^2} \tag{6}$$

Отметим, что с помощью (6) можно найти $Q(l-0)$ через $Q(0)=Q_1$ и далее из (2) находим $Q(l+0)$ (при заданных параметрах $\delta_1, \delta_2, \delta_3$). Далее опять с помощью (6) находим $Q(2l)$ через $Q(l+0)$.

Однако в данном случае F_δ, δ_1, δ_2, δ_3 неизвестные параметры подлежат определению. Чтобы таким путем определить процессы образования ГЖС, нужно найти аналитически $Q^i(2l)$ при заданных статистических начальных значениях Q_0^i через неизвестные параметры F_δ, δ_1, δ_2, δ_3, которое является достаточно сложной процедурой.†

Для того, чтобы использовать аналитическое соотношение (6) для минимизации квадратичного функционала (3)

$$\sum_{i=1}^{N}\left[Q_{l+0}^i\left(Q_0^i,F_\delta,\delta_1,\delta_2,\delta_3\right)-Q_{l+0}^i\left(Q_{2l}^i,F_\delta,\delta_1,\delta_2,\delta_3\right)\right]^2\to\min, \tag{7}$$

принимаем обозначения

$$\left(Q_0^i,F_\delta,\delta_1,\delta_2,\delta_3\right)=S_1, \qquad \left(Q_{2l}^i,F_\delta,\delta_1,\delta_2,\delta_3\right)=S_2,$$

где функционал (7) примет следующий вид

†С помощью метода квазилинеаризации [5] можно построить вычислительный алгоритм [13] для нахождения параметров F_δ, δ_1, δ_2, δ_3 на основе функционала (3).

$$I^i = \sum_{i=1}^{N} \left\{ F_\delta \cdot Q_{l-0}^i(S_1) + \left[-\delta_3 \left(Q_{l-0}^i(S_1) - \delta_2 \right)^2 + \delta_1 \right] \overline{Q} - Q_{l+0}^i(S_2) \right\}^2 \to \min \,, \qquad (8)$$

здесь $Q^i(l+0), Q^i(l-0)$ являются решением уравнения (1) при начальных и конечных статистических значениях Q_0^i и Q_{2l}^i, соответственно, и определяются из (6) в следующем виде:

$$Q^i(l-0) = \left(-a_1\rho_1 F_1 l + \frac{Q_1}{2} + \frac{c_1^{\ 2}\rho_1^{\ 2} F_1^{\ 2}}{2Q_1^{\ 2}} \right) - \sqrt{\left(a_1\rho_1 F_1 l - \frac{Q_1}{2} - \frac{c_1^{\ 2}\rho_1^{\ 2} F_1^{\ 2}}{2Q_1^{\ i}} \right)^2 - c_1^{\ 2}\rho_1^{\ 2} F_1^{\ 2}} \,, \qquad (9)$$

$$Q^i(l+0) = \left(a_2\rho_2 F_2 l + \frac{Q_2}{2} + \frac{c_{21}^{\ 2}\rho_2^{\ 2} F_2^{\ 2}}{2Q_2^{\ 2}} \right) - \sqrt{\left(a_2\rho_2 F_2 l + \frac{Q_2}{2} + \frac{c_2^{\ 2}\rho_2^{\ 2} F_2^{\ 2}}{2Q_2} \right)^2 - c_2^{\ 2}\rho_2^{\ 2} F_2^{\ 2}} \,. \qquad (10)$$

Теперь вычислим производные функционала (8) по искомым параметрам $F_\delta, \delta_1, \ \delta_2, \ \delta_3$, тогда для $\dfrac{\partial I}{\partial F_\delta}, \ \dfrac{\partial I}{\partial \delta_1}, \dfrac{\partial I}{\partial \delta_2}, \dfrac{\partial I}{\partial \delta_3}$ получим следующие соотношения

$$\frac{\partial I}{\partial F_\delta} = 2\sum_{i=1}^{N} \left\{ F_\delta \cdot Q_{l-0}^i(S_1) + \left[-\delta_3 \left(Q_{l-0}^i(S_1) - \delta_2 \right)^2 + \delta_1 \right] \overline{Q} - Q_{l+0}^i(S_2) \right\} \cdot Q_{l-0}^i(S_1) \,, \qquad (11)$$

$$\frac{\partial I}{\partial F_{\delta_1}} = 2\sum_{i=1}^{N} \left\{ F_\delta \cdot Q_{l-0}^i(S_1) + \left[-\delta_3 \left(Q_{l-0}^i(S_1) - \delta_2 \right)^2 + \delta_1 \right] \overline{Q} - Q_{l+0}^i(S_2) \right\} \cdot \overline{Q} \,, \qquad (12)$$

$$\frac{\partial I}{\partial F_{\delta_2}} = -4\sum_{i=1}^{N} \left\{ F_\delta \cdot Q_{l-0}^i(S_1) + \left[-\delta_3 \left(Q_{l-0}^i(S_1) - \delta_2 \right)^2 + \delta_1 \right] \overline{Q} - Q_{l+0}^i(S_2) \right\} \cdot \left(Q_{l-0}^i(S_1) - \delta_2 \right) \overline{Q} \delta_3 \,, \qquad (13)$$

$$\frac{\partial I}{\partial F_{\delta_3}} = -2\sum_{i=1}^{N} \left\{ F_\delta \cdot Q_{l-0}^i(S_1) + \left[-\delta_3 \left(Q_{l-0}^i(S_1) - \delta_2 \right)^2 + \delta_1 \right] \overline{Q} - Q_{l+0}^i(S_2) \right\} \cdot \left(Q_{l-0}^i(S_1) - \delta_2 \right)^2 \overline{Q} \,. \qquad (14)$$

Принимая обозначение $grad\ I = \left[\dfrac{\partial I}{\partial F_\delta}, \dfrac{\partial I}{\partial F_{\delta_1}}, \dfrac{\partial I}{\partial F_{\delta_2}}, \dfrac{\partial I}{\partial F_{\delta_3}} \right]$ можем найти решение задачи оптимизации (7) (или (8)) из системы нелинейных алгебраических уравнений

$$grad\ I = 0 \,. \qquad (15)$$

Теперь учитывая параметры $F_\delta, \delta_1, \ \delta_2, \ \delta_3$ в системе (1), (2), для газлифтного процесса имеем дифференциальное уравнение (1) при $i = 1$ в кольцевом пространстве, также в $x = l$ имеем разностное уравнение (2), показывающий образование газожидкостной смеси в подъемнике. При $i = 2$ имеем уравнение (1), которое описывает движение ГЖС, где в $x = 2l$ функция $Q(2l)$ определяет объем дебита.

Таким образом уже здесь можно определить хорошо известные графики из инженерной практики [18], т.е. при

$a_1 = 0.101$, $\qquad a_2 = -89.77$,

$F_1 = 0.006$, $\qquad F_2 = 0.004$,

$c_1 = 331$ $c_2 = 850$

$\rho_1 = 0{,}717$ $\rho_2 = 700$

Можно легко вычислить следующие таблицы для $Q^i(0), Q^i(l-0)$, $Q^i(l+0)$ $Q^i(2l)$,

Таблица 1.

$Q(0)$	$Q(l-0)$	$Q(l+0)$	$Q(2l)$
0.01	0.01006372359660190	9.993886655969986	4.424364183912985
0.0101	0.01016500864848524	9.994024357306232	4.424391171312891
0.0102	0.01026630661378647	9.994162035156325	4.424418153823353
0.2836	0.3495746118174075	10.22499963808979	4.469082983327098
0.2835	0.3494193843315672	10.22499932577089	4.469082923722453
0.2839	0.3500404904979941	10.22499999672104	4.469083051895723
0.2841	0.3503512399827695	10.22499975326095	4.469508305329594
0.2838	0.3498851648827839	10.22499997362579	4.469083047471941
0.5098	0.8669017889117823	9.690625081239599	4.363906425307505
0.5099	0.8673012829091209	9.689798765401157	4.363738850574009
0.51	0.8677011804606369	9.688970975499327	4.363570961169899

которые в дальнейшем будут хорошими статистическими данными для решения задачи образования ГЖС, т.е. для решения задачи минимизации (7) (или (15)).

Вычислительный алгоритм. Предположим, что было проведено $N-$ наблюдений по входу (таблица 1) и выходу, соответственно $Q_0^{i\ st}$ и $Q_{2l}^{i\ st}$ при добыче нефти в газлифтных скважинах.

При начальных условиях $Q_0^{i\ st}$ по соотношению (6) получим $Q_{l-0}^{i\ st}$, а по соотношению (2) находим $Q_{l+0}^{i\ st}(S_1)$. С другой стороны принимая $Q_{2l}^{i\ st}$ за начальные условия в интервале $(l+0, 2l)$ находятся $Q_{l+0}^{i}(S_2)$, после чего строится функционал (8). Принимая предложенный метод в [3,4,11,15] получим следующий результат: $F_\delta = 9.99 \cdot 10^{-1}$, $\delta_1 = 9.99 \cdot 10^{-2}$, $\delta_2 = 1.00000 \cdot 10^{-2}$, $\delta_3 = 2.000004 \cdot 10^{-2}$.

При этом вектор-градиент имеет вид

$grad\, I = \left[2.5214 \cdot 10^{-7}; -5.31893 \cdot 10^{-6}; 2.46824 \cdot 10^{-5}; 1.470932 \cdot 10^{-5}\right]$,

а функционал (8) получает значение $I_{\min} = 8.44781 \cdot 10^{-14}$.

Адекватность результатов подтверждается рисунком 1, в котором изображена зависимость $Q^i(2l)$ от $Q^i(0)$.

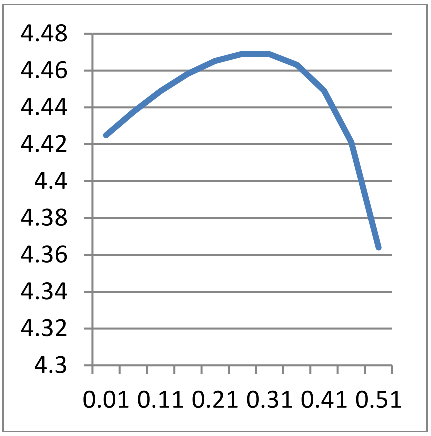

Рисунок 1.

Как видно из рис.1, изменение рабочего агента (закачиваемый в скважину газ) изменяет и дебит скважины, что соответствует характеристике газлифтной скважины, которая определена на основании промысловых исследований скважины в установившихся режимах [18] (см.рис.2).

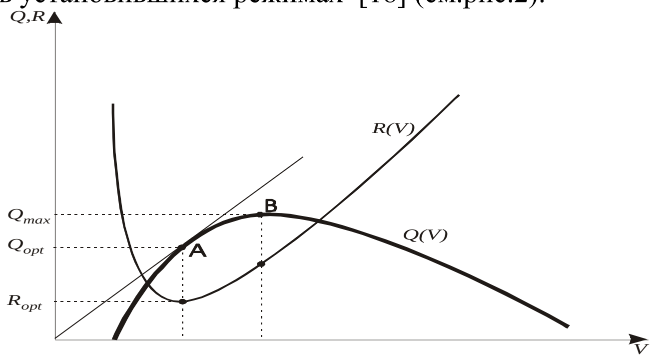

Рисунок 2. Зависимость удельного расхода газа R от общего расхода газа V для данной кривой Q(V.).

Таким образом в данной работе впервые приводится метод для определения параметров ГЖС, который обеспечивает совместимость результатов, полученных из математической модели (1),(2) и хорошо известных результатов, полученных из инженерной практики [14,18,19].

Литература

1. Aliev F.A., Aliev N.A., Guliev A.P., Time frequency method of solving one its application to the oil extraction, Журнал математической физики, анализа, геометрии, том.12, 2, 2016. с.101-112.

2. Aliev F.A., Ismailov N.A, .Mukhtarova N.S., Algorithm to Determine the Optimal Solution of a Boundary Control Problem, Automation and Remote Control, 2015, Vol.76, No.4, pp.627–633.
3. Aliev F.A., Ismailov N.A., Namazov A.A., Asymptotic method for finding the coefficient of hydraulic resistance in lifting of fluid on tubing, Journal of Inverse and Ill-posed Problems, Vol.23, No.5, 2015, pp.511–518.
4. Aliev F.A., Ismailov N.A., Inverse problem to determine the hydraulic resistance coefficient in the gas-lift process, Applied and Computational Mathematics, Vol.12, No.3, 2013, pp.306-313.
5. Bellman P.E., Kalaba P.E., Quailinearization and nonlinear boundary problems, Moscow, Mir, 1968, 153p.
6. Himmebblau D.M., Applied Nonlinear Programming, New York: Craw-Hill Book Company, 1972, p.536.
7. Ismailov N.A., Atabeyli B., Aliev F.A., Determination of the hydraulic resistance during transport of liquid through pipes, Nobel Brothers 2nd International Research Innovative Conference, Proceedings 13-14 September 2013, Stockholm, pp.67-79.
8. Maksudov F.G., Aliev F.A. Optimization of impulse systems with unseparated boundary conditions, Dokl., Akad., Nauk SSSR, 280(4), 1985, pp.796-798.
9. Алиев Н.А., Алиев Ф.А., Гулиев А.П., Ильясов М.Х., Метод рядов в решении одной краевой задачи для системы уравнений гиперболического типа, возникающих при добыче нефти, Proceedings of the Institute of Applied Mathematics, Vol.2, No.2, 2013, с.113-136.
10. Алиев Н.А., Алиев Ф.А., Муталлимов М.М., Тагиев Р.М., Алгоритм построения модели Россера для газлифтного процесса при добыче нефти, Proceedings of the Institute of Applied Mathematics, Vol.3, No.2, 2014, с.173-184.
11. Алиев Ф. А., Исмаилов Н.А., Об одном методе линеаризации для нелинейных систем,МехатроникаАвтоматизазия, Управление, №6(135),2012,с.2-6.
12. Алиев Ф.А., Исмаилов Н.А.,Муталлимов М.М., РаджабовМ.Ф., Алгоритмы построения оптимальных регуляторов при газлифтной эксплуатации, Автоматика и телемеханика, 2012, №8, стр. 3-15.
13. Алиев Ф.А., Исмаилов Н.А.,Задачи Оптимизации с периодическим краевым условием и граничным управлением в газлифтных скважинах, Нелинейные колебания, 2014, т.17, № 2, с.151-160.
14. Алиев Ф.А., Ильясов М.Х.,Джамалбеков М.А., Моделирование работы газлифтной скважины, Докл. НАН. Азербайджана, 2008, № 4, с.30-41.

15. Алиев Ф.А., Исмаилов Н.А. Об одной задаче идентификации в линейном стационарном случае. Доклады НАН Азербайджана, т.46, N.6, 2010, с. 6-14.
16. Гулиев А.П., Ильясов М.Х., Алиев Н.А., Алиев Ф.А., Алгоритм решения задачи определения движения пространственного газлифтного процесса, ProceedingsofIAM, Vol.2, No.1, 2013, pp.91-98.
17. Ларин В.Б., Управление шагающами аппаратами, Киев, Наук. думка, 1980, 168 с.
18. Мирзаджанзаде А.Х., Аметов И.М., Хасаев А.М., Гусев В.И., Технология и техника добычи нефти,М.: Недра, 1986.
19. Шуров В.И., Технология и техника добычи нефти, Москва, Недра, 1983, 510с.

Qaz-lift quyularında quyu ağzi zonada maye-qaz qarışığının yaranmasını təyin edən parametrlərinin hesablanma alqoritmi.

Fikrət Ə. Əliyev, N.A. İsmayılov, A.A. Namazov, M.F. Rəcəbov

XÜLASƏ

İşdə quyuağzı zonada maye-qaz qarışığının yaranmasını təyin edən parametrlərin təyini üçün ilk dəfə riyazi model təklif edilir. Parametrlərin təyini üçün tərs məsələ həll edilir. Tərs məsələ ən kiçik kvadratlar üsulu ilə giriş və çıxış müşahidələrinə nəzərən aparılır.

Açar sözlər:qaz lift, qaz-maye qarışığı, identifikasiya, hiperbolik tip tənliklər sistem, ortalama, qeyri-xətti cəbri tənliklər

An algorithm for calculating the parameters of formation of gas-liquid mixture on the shoe of gas lift wells

Fikret A. Aliev, N.A. Ismailov, A.A. Namazov, M.F. Rajabov

ABSTRACT

It is shown that during the operation gas lift in oil production the main place takes the modeling of formation of gas-liquid mixture (GLM) in the shoe of the well (at the bottom hole). The concrete constant parameters of formation the GLM are given, which can provide the maximum debit in gas-lift process with a minimum volume of injected gas in oil production. In the single-phase case, when the motion in the lift described by a nonlinear differential equation by volume of gas or GLM (after averaging of systems of hyperbolic partial differential equations with respect to time) on the basis of statistical data on the input and output the algorithm of identification for finding the parameters of formation of GLM is given. On the numerical example is demonstrated that such choice provides the satisfaction of data, well known from the engineering practice, obtained on the basis of statistical tests to achieve the maximum debit with minimum volume of injected gas.

Keywords: gas lift, gas-liquid mixture, system of hyperbolic equations, identification, averaging, nonlinear algebraic equations